

1.	Nazwa kierunku	matematyka
2.	Wydział	Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych
3.	Cykl rozpoczęcia	2025/2026 (semestr zimowy)
4.	Poziom kształcenia	studia pierwszego stopnia
5.	Profil kształcenia	ogólnoakademicki
6.	Forma prowadzenia studiów	stacjonarna
7.	Informacje podstawowe o module	
Nazwa modułu		Warsztaty z rachunku prawdopodobieństwa II
Kod modułu		W4-MT-S1-25-WzRPr2
Liczba punktów ECTS		1
Język wykładowy		polski
Cel i opis treści kształcenia		Przedmiot stanowi kontynuację i pogłębienie modułu "Warsztaty z rachunku prawdopodobieństwa I" i ma na celu wsparcie realizacji kursu "Rachunek prawdopodobieństwa A". W założeniu warsztaty winny zapewnić studentom czas do samodzielnego rozwiązywania zadań rachunkowych i problemowych (z pomocą prowadzącego) oraz wspólnej dyskusji nad zagadnieniami teoretycznymi z zakresu probabilistyki, którego często brakuje podczas ćwiczeń / konwersatorium do wykładu kursowego. W ramach zajęć realizowane będą zagadnienia wybrane spośród wyszczególnionych poniżej, w zależności od potrzeb studentów. Przede wszystkim uwzględnione zostaną te, których przyswojenie podczas konwersatorium / ćwiczeń z Rachunku prawdopodobieństwa A okazało się dla studentów problematyczne. 1. Kowariancja, współczynnik korelacji oraz macierz kowariancji wektora losowego. 2. Wielowymiarowy rozkład normalny. 3. Funkcja charakterystyczna rozkładu prawdopodobieństwa. 4. Różne rodzaje zbieżności zmiennych losowych. 5. Prawa wielkich liczb. 6. Centralne twierdzenie graniczne. 7. Warunkowa wartość oczekiwana. 8. Martynały.
Lista modułów koniecznych do zaliczenia przed przystąpieniem do tego modułu (o ile to konieczne)		nie dotyczy

8. Zakładane efekty uczenia się modułu			
Kod	Opis	Efekty uczenia się kierunku	Stopień realizacji (skala 1-5)
WaRP_II_01	Zna pojęcie kowariancji, współczynnika korelacji liniowej oraz macierzy kowariancji wektora losowego i jej własności. Rozumie różnicę między niezależnością i brakiem korelacji zmiennych losowych.	K_W04	4
WaRP_II_02	Potrafi wyznaczyć macierz kowariancji wektora losowego o zadanym rozkładzie (ciągłym lub dyskretnym) oraz znaleźć macierz kowariancji jego dowolnego przekształcenia liniowego.	K_U03	3
		K_U04	3
		K_U11	5
WaRP_II_03	Potrafi wyznaczyć wektor wartości oczekiwanych i macierz kowariancji wielowymiarowego rozkładu normalnego o zadanej gęstości, jak również gęstość takiego rozkładu na podstawie znajomości tych parametrów.	K_U04	3
		K_U11	5
WaRP_II_04	Zna pojęcie funkcji charakterystycznej rozkładu prawdopodobieństwa, jej własności oraz najważniejsze fakty z nią związane (jak wzór Levy'ego na odwrócenie, twierdzenie o odwrotnym przekształceniu Fouriera, twierdzenie dot. funkcji charakterystycznej rozkładu dyskretnego i twierdzenie o różniczkowaniu funkcji odwrotnej). Pamięta wzory funkcji charakterystycznych najważniejszych rozkładów.	K_W04	4
		K_W05	3
WaRP_II_05	Potrafi wyznaczyć funkcje charakterystyczne wybranych (ciągłych i dyskretnych) rozkładów prawdopodobieństwa oraz gęstości / funkcje masy wybranych rozkładów na podstawie ich funkcji charakterystycznych. Potrafi wykorzystać twierdzenie o różniczkowaniu funkcji charakterystycznej do wyznaczenia momentów wyższego rzędu zmiennej losowej o danym rozkładzie.	K_U03	3
		K_U11	5
WaRP_II_06	Zna definicje różnych rodzajów zbieżności zmiennych losowych oraz implikacje między nimi; ponadto zna przykłady ilustrujące brak implikacji w określonym kierunku.	K_W04	4
		K_W05	5
WaRP_II_07	Zna centralne twierdzenie granicznego Lindeberga-Levy'ego (dla ciągu niezależnych zmiennych losowych o jednakowym rozkładzie) i najważniejsze kryteria gwarantujące spełnienie mocnego i słabego prawa wielkich liczb. Ma właściwe intuicje co do tych twierdzeń i rozumie ich w znacznym stopniu w statystyce.	K_W01	2
		K_W03	3
		K_W04	4
WaRP_II_08	Potrafi stosować centralne twierdzenie graniczne do wyznaczania przybliżonych prawdopodobieństw zdarzeń opisanych przez sumy niezależnych zmiennych losowych. W wybranych przypadkach potrafi wykazać, że dany ciąg zmiennych losowych spełnia mocne / słabe prawo wielkich liczb, bądź udowodnić, że prawo to nie zachodzi.	K_U01	4
		K_U09	2
		K_U11	5
WaRP_II_09	Zna i rozumie pojęcie warunkowej wartości oczekiwanej zmiennej losowej względem σ -ciała (w szczególności generowanego przez wektor losowy) oraz jej własności. Wie, jak (w oparciu o to pojęcie) sformułować uogólnioną definicję prawdopodobieństwa warunkowego i warunkowego rozkładu zmiennej losowej (względem wektora losowego).	K_W02	2
		K_W04	4
WaRP_II_10	Potrafi wyznaczyć warunkową wartość oczekiwaną $E[f(X,Y) Y]$ dla danego wektora losowego (X,Y) o rozkładzie ciągłym lub dyskretnym, jak również wyznaczyć wartość oczekiwaną zmiennej $f(X)$ przy danym rozkładzie warunkowym zmiennej X .	K_U03	3
		K_U09	3
		K_U11	5
WaRP_II_11	Zna pojęcia filtracji przestrzeni probabilistycznej, martyngału, podmartyngału oraz nadmartyngału. Rozumie intuicje stojące za tymi pojęciami oraz potrafi wskazać ilustrujące je przykłady.	K_W04	4
		K_W05	4
WaRP_II_12	Potrafi zbadać, czy (lub dla jakich wartości parametrów) dany ciąg zmiennych losowych jest (pod/nad) martyngałem względem zadanej filtracji.	K_U01	2
		K_U09	4

		K_U11	5
--	--	-------	---

9. Metody prowadzenia zajęć		
Kod	Kategoria	Nazwa (opis)
a03	Zbiór metod asymilacji wiedzy / podających	Opis <i>opis przedmiotów, zjawisk, procesów, osób; wiąże się z określeniem struktury i cech charakterystycznych opisywanego obiektu, zjawiska, procesu; opisowi towarzyszy zwykle pokaz opisywanego obiektu lub jego modele, rysunki, tabele, wykresy, itd.; opis może przyjąć formę: wyjaśnienia, klasyfikacji, uzasadnienia lub porównania</i>
a05	Zbiór metod asymilacji wiedzy / podających	Objaśnienie/wyjaśnienie <i>eksplikacja polegająca na wyprowadzeniu uznanego z góry twierdzenia z innych, wcześniej już znanych, w określonej przez osobę prowadzącą zajęcia liczbie kroków</i>
b04	Zbiór metod problemowych	Metody aktywizujące: dyskusja/debata <i>wymiana poglądów z użyciem merytorycznych argumentów, w wyniku której dochodzi do ścierania się różnych poglądów, wypracowania kompromisów i określania wspólnych stanowisk; dyskusja prowadzona jest w oparciu o reguły wcześniej ustalone z grupą: w tym dotyczące czasu, sposobu i kolejności prezentacji stanowisk oraz zasad kulturalnej dyskusji; dyskusja służy poszukiwaniu najlepszych rozwiązań, prezentowaniu różnych punktów widzenia, nie jest rywalizacją; odmiany d.: burza mózgów, debata oksfordzka, dyskusja panelowa, drzewo decyzyjne, dyskusja konferencyjna; debata to uporządkowany spór pomiędzy zwolennikami i przeciwnikami jakiegoś poglądu, toczona zwykle przez specjalistów z dziedziny lub wybranych uprzednio przedstawicieli grupy zajmującej się wspólnym problemem</i>
e01	Zbiór metod praktycznych	Ćwiczenie laboratoryjne/doświadczenie <i>[w tym, w terenie] metoda praktycznego stosowania wiedzy; realizowana w trzech fazach: dostrzeżenie problemu wywołanego treścią zadania, sformułowanie problemu i próba samodzielnego rozwiązania z oceną skutków; celem jest zdobycie umiejętności, sprawności i nawyków oraz utrwalenie posiadanych wiadomości, tak aby wiedza stała się wiedzą operatywną; metoda laboratoryjna zakłada większą niż przeprowadzenie doświadczenia samodzielność uczących się</i>
f02	Metody samodzielnego uczenia się	Indywidualna praca z tekstem <i>poszukiwanie i zdobywanie nowych wiadomości z wykorzystaniem podręczników i innych źródeł pisanych (w tym w wersji cyfrowej); wyszukiwanie tekstów, dobór fragmentów do analizy/interpretacji, wykorzystanie innych tekstów do rozwiązania problemu w ramach studiowanego zagadnienia</i>

10. Formy prowadzonych zajęć					
Kod	Nazwa	Liczba godzin	Sposób weryfikacji efektów uczenia się	Efekty uczenia się modułu	Metody prowadzenia zajęć
WzRPr2_fs_1	konwersatorium	15	zaliczenie	WaRP_II_01, WaRP_II_02, WaRP_II_03, WaRP_II_04, WaRP_II_05, WaRP_II_06, WaRP_II_07, WaRP_II_08, WaRP_II_09, WaRP_II_10, WaRP_II_11, WaRP_II_12	a03, a05, b04, e01, f02

11. Praca studenta poza udziałem w zajęciach obejmuje w szczególności:			
Kod	Kategoria	Nazwa (opis)	Czy częściowo zalicza się do BUNA-y?
a01	Przygotowanie do zajęć	Kwerenda materiałów i przegląd działań niezbędnych do uczestnictwa w zajęciach <i>przegląd literatury, dokumentacji, narzędzi i materiałów oraz specyfiki i zakresu działań wskazanych w</i>	Tak

		<i>sylabusie jako wymagane do pełnego uczestnictwa w zajęciach</i>	
a02	Przygotowanie do zajęć	Czytanie literatury / analiza materiałów źródłowych <i>czytanie literatury wskazanej w sylabusie; przegląd, porządkowanie, analiza i wybór materiałów źródłowych do wykorzystania w ramach zajęć</i>	Nie
a03	Przygotowanie do zajęć	Ćwiczenie praktycznych umiejętności <i>czynności polegające na powtarzaniu, doskonaleniu i utrwalaniu praktycznych umiejętności, w tym ćwiczonych podczas odbytych wcześniej zajęć lub nowych, niezbędnych z punktu widzenia realizacji kolejnych elementów programu (jako przygotowanie się uczestnictwa w zajęciach)</i>	Nie
a04	Przygotowanie do zajęć	Konsultowanie materiałów uzupełniających [względem wskazanych w sylabusie] <i>uzgadnianie dodatkowych do wskazanych w sylabusie materiałów, służących realizacji zadań wynikających z uczestnictwa w zajęciach lub na potrzeby przygotowania się do nich</i>	Tak
a05	Przygotowanie do zajęć	Wytworzenie/przygotowanie narzędzi, materiałów, dokumentacji niezbędnych do uczestnictwa w zajęciach <i>opracowanie, przygotowanie i weryfikacja przydatności narzędzi oraz materiałów (np. pomocy, scenariuszy, narzędzi badawczych, aparatury, itd.) do wykorzystania w ramach zajęć lub służących przygotowaniu się do nich</i>	Tak
b01	Konsultowanie programu i organizacji zajęć	Zapoznanie się z zapisami sylabusu <i>przeglądanie zawartości sylabusu i zapoznanie się z treścią jego zapisów</i>	Nie
b02	Konsultowanie programu i organizacji zajęć	Weryfikacja/dostosowanie/dyskutowanie zapisów w sylabusie <i>konsultowanie treści sylabusu z potencjalną weryfikacją zapisów wymagających spełnienia specjalnych warunków uczestnictwa w zajęciach, np. wymagań technicznych, czasowych, przestrzennych, innych, w tym warunków uczestnictwa w zajęciach poza murami uczelni, zajęć organizowanych w blokach, organizowanych online, itp.; konsultowanie z potencjalnym udziałem opiekuna roku lub członkami grupy zajęciowej</i>	Tak
c01	Przygotowanie do weryfikacji efektów uczenia się	Ustalanie etapów realizacji zadań przyczyniających się do weryfikacji efektów uczenia się <i>przygotowanie strategii realizacji zadania uwzględniającej podział treści, czynności i ich zakres, czas realizacji oraz/lub sposób pozyskania niezbędnych do jego wykonania materiałów i narzędzi, itp.</i>	Tak
c02	Przygotowanie do weryfikacji efektów uczenia się	Studiowanie wykorzystanej literatury oraz wytworzonych w ramach zajęć materiałów <i>wglębianie się, dociekanie, rozważanie, przyswajanie, interpretacja lub porządkowanie wiedzy pochodzącej z literatury, dokumentacji, instrukcji, scenariuszy, itd., wykorzystanych na zajęciach oraz z notatek lub innych materiałów/wytworów sporządzonych w ich trakcie</i>	Tak
d01	Konsultowanie wyników weryfikacji efektów uczenia się	Analiza korekt/informacji zwrotnej ze strony NA dotyczących wyników wer. ef. ucz. <i>przegląd i ocen i opinii sporządzonych przez NA odnoszących się do realizacji zadania sprawdzającego poziom osiągniętych efektów uczenia się</i>	Tak
d02	Konsultowanie wyników weryfikacji efektów uczenia się	Opracowanie planu korekty i zadań uzupełniających/korygujących <i>przegląd i wybór zadań oraz czynności pozwalających na eliminację wskazanych przez NA błędów, ich weryfikację lub poprawę oraz zaliczenie zadania na, co najmniej, najniższym dopuszczalnym poziomie</i>	Nie

Informacje dotyczące szczegółów realizacji modułu w danym roku akademickim znajdują się w sylabusie dostępnym w systemie USOS: <https://usosweb.us.edu.pl>.